

Pi-Day-Aufgabe



Einführung & Aufgabe

In einem kunstvollen Mosaikboden in einer antiken römischen Villa ist ein zentraler runder Bereich mit einem Durchmesser von 8 Metern von einem beeindruckenden Muster umgeben. Das Muster besteht aus sich wiederholenden konzentrischen Ringen, wobei jeder Ring eine Breite von 50 Zentimetern hat.

- Berechne die Gesamtfläche des Mosaiks außerhalb des zentralen runden Bereichs bis zum äußersten Rand des Musters.
- Die Mosaikfliesen sind in einer Weise angeordnet, dass jede Fliese ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 20 Zentimetern ist. Wie viele Fliesen werden benötigt, um das gesamte Mosaik außerhalb des zentralen Bereichs zu bedecken?
- Überlege, wie sich die Ergebnisse ändern würden, wenn der zentrale runde Bereich einen Durchmesser von 10 Metern hätte und die Breite der konzentrischen Ringe 30 Zentimeter betragen würde. Diskutiere die Auswirkungen auf die Gesamtfläche des Mosaiks und die Anzahl der benötigten Fliesen.

Lösung

a) Um die Gesamtfläche des Mosaiks außerhalb des zentralen runden Bereichs zu berechnen, müssen wir die Fläche der einzelnen konzentrischen Ringe addieren.

Die Fläche jedes Rings ergibt sich aus der Differenz der Flächen zweier Kreise: dem äußeren Kreis des Rings und dem inneren Kreis des vorherigen Rings.

Fläche eines Rings = Fläche des äußeren Kreises - Fläche des inneren Kreises

Fläche eines Rings = $\pi \cdot (\text{äußerer Radius}^2 - \text{innerer Radius}^2)$

Für den ersten Ring beträgt der äußere Radius 4 Meter (8 Meter Durchmesser) und der innere Radius 3,75 Meter (4 Meter - 50 cm in Metern).

Fläche des ersten Rings = $\pi (4^2 - 3,75^2) = \pi(16 - 14,0625) \approx \pi \cdot 1,9375 \text{ m}^2$

Die Gesamtfläche des Mosaiks außerhalb des zentralen Bereichs beträgt dann $4 \cdot \pi \cdot 1,9375 \text{ m}^2 \approx 24,5 \text{ m}^2$.

b) Um die Anzahl der benötigten Fliesen zu berechnen, teilen wir die Gesamtfläche des Mosaiks außerhalb des zentralen Bereichs durch die Fläche einer einzelnen Fliese.

Fläche einer Fliese = Seitenlänge² = $(0,2 \text{ m})^2 = 0,04 \text{ m}^2$

Anzahl der Fliesen = Gesamtfläche des Mosaiks / Fläche einer Fliese

Anzahl der Fliesen = $24,5 \text{ m}^2 / 0,04 \text{ m}^2 = 612,5$

Da wir keine halben Fliesen haben können, benötigen wir insgesamt 613 Fliesen, um das gesamte Mosaik außerhalb des zentralen Bereichs zu bedecken.

c) Wenn der zentrale runde Bereich einen Durchmesser von 10 Metern hätte und die Breite der konzentrischen Ringe 30 Zentimeter betrüge, müssten wir die Berechnungen entsprechend anpassen.

Die Fläche des ersten Rings würde sich ändern: Fläche des ersten Rings = $\pi(5^2 - 4,85^2) \approx \pi \cdot 0,4375 \text{ m}^2$

Die Gesamtfläche des Mosaiks außerhalb des zentralen Bereichs würde sich entsprechend ändern.

Die Anzahl der benötigten Fliesen würde jedoch unverändert bleiben, da die Fliesen die gleiche Größe haben und die Fläche des Mosaiks außerhalb des zentralen Bereichs die gleiche bleibt.